

BARRERAS DE ONDAS EN MEDIOS ARCILLOSOS SATURADOS.

J. Mateo¹, A. Carnicero¹ y E. Alarcón²

¹Universidad Pontificia Comillas

ICAI-ICADE

Alberto Aguilera 23

28015 Madrid, ESPAÑA

²Universidad Politécnica de Madrid

E.T.S.I. Industriales

José Gutiérrez Abascal, 2

28006 Madrid, ESPAÑA

RESUMEN

El uso del Método de los Elementos de Contorno en problemas relacionados con dinámica de suelos está bien establecido por sus ventajas de discretización y precisión. En los casos de arcillas blandas saturadas en que el coeficiente de Poisson pueda tomarse $\nu = 0.5$ se producen problemas bien conocidos en el Método de los Elementos Finitos mientras que en Elementos de Contorno aparecen efectos relacionados con una mala definición de la solución fundamental.

En este artículo se ha utilizado una nueva reordenación de la solución fundamental para estudiar el efecto de reducción en los niveles de vibración cuando se interpone una zanja entre el foco de vibración y el receptor.

1. MODELO ESTUDIADO

Debido a las exigencias de calidad ambiental existe una tendencia creciente en las ciudades a soterrar las líneas de ferrocarril que llevan a las estaciones situadas en el casco urbano.

Al desaparecer el tren de la vista habitual se aplican a los emplazamientos que quedan libres en superficie los criterios de confort habituales, es decir, se exige que no se aprecien las vibraciones transmitidas por el paso de trenes. Entre las diferentes alternativas de solución una de las más atrayentes se refiere al uso de trincheras que operen aislando el foco. Esta solución se remonta a los trabajos de Barkan (1) y Woods (2) para cimentaciones de máquinas, y reaparece periódicamente en la literatura técnica.

Por otro lado la industria (FRANKI) ha puesto a punto recientemente una posibilidad de materializar trincheras de hasta 10 m de profundidad sin problemas de sostenimiento, lo que hace interesante el replanteamiento de la solución. Como puede verse en la figura 1 se trata de un geotextil inflable que se inserta en una zanja rellena de bentonita-cemento que, al fraguar, deja en su interior una serie de oquedades prácticamente continuas que materializan la idea de trinchera.

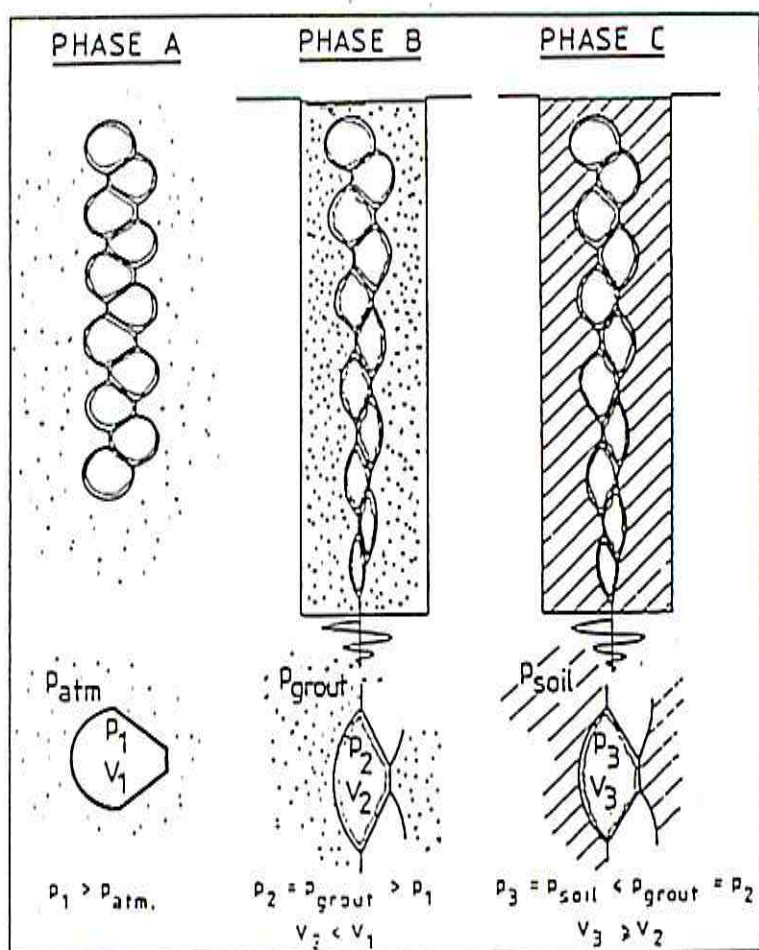


Figura 1

Croquis de la pantalla y configuración en tres casos de carga A: Tras el inflado B tras la instalación en la lechada, C tras el endurecimiento de la bentonita-cemento

En este artículo se trata la posibilidad de aislamiento de un cimiento en superficie. Se supone que la vía del ferrocarril se extiende sobre una placa soportada por pilotes flotantes y que se recurre a una trinchera del estilo de las descritas tal como se indica en la figura 2a. En la figura 2b se ha bosquejado el modelo matemático a analizar. Se ha supuesto que placa y pilotes están rigidamente unidos entre sí, son infinitamente rígidos en comparación con el terreno que los rodea y se modelan concentrando los pilotes en el eje y obligando a desplazamientos solidarios verticales del tipo $e^{i\omega t}$.

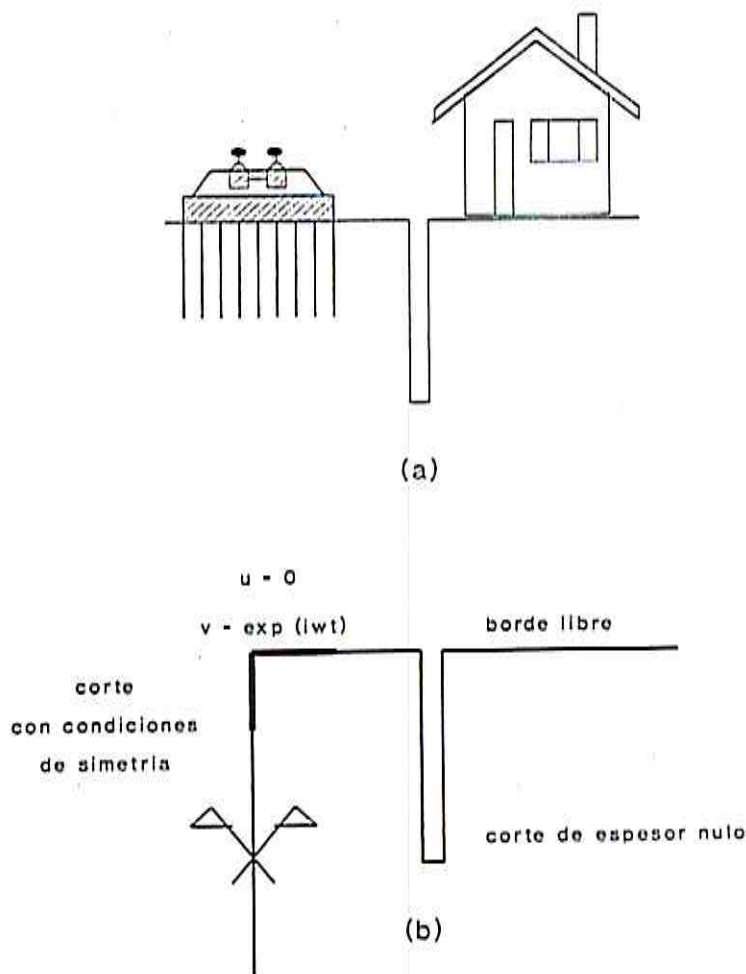


Figura 2

Se admite también que las paredes de la trinchera están libres de tensiones y que el espesor de la misma es despreciable en comparación con el resto de las dimensiones del problema.

Dada la longitud de los trenes en relación con las distancias de interés se supone que se trata de un problema plano.

Para analizar el modelo de la figura 2b se han trazado las mallas de elementos de contorno de la figura 3. Las características del terreno son:

$$G = 8 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$$

$$\rho = 2000 \text{ kg/m}^3$$

$$C_s = 200 \text{ m/s}$$

$$\zeta = 0.02$$

$$\nu = 0.5$$

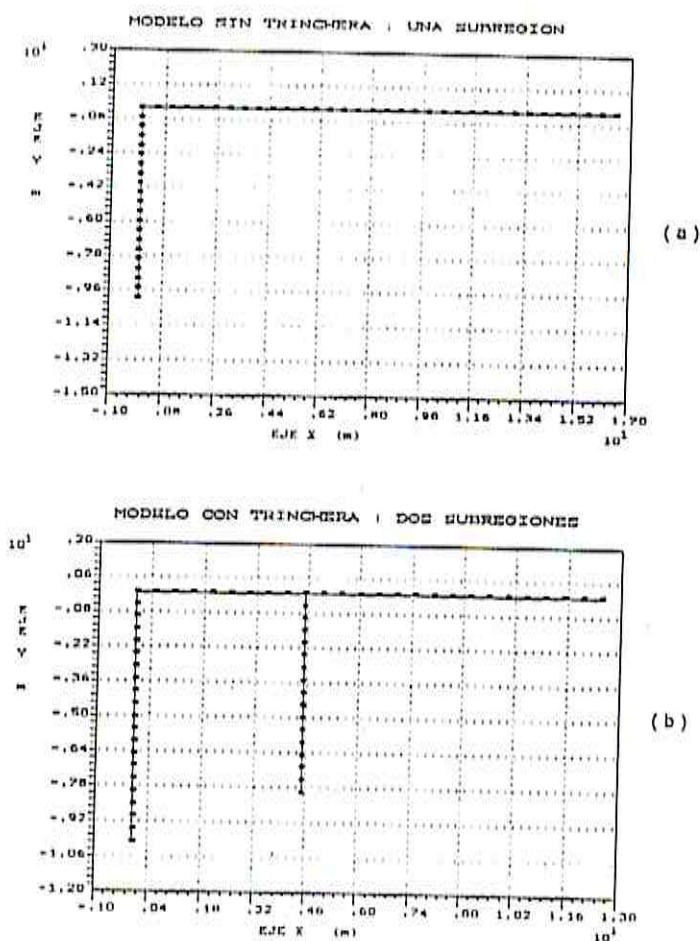


Figura 3

Los resultados de la malla de la figura (a) se toman como referencia para ver los niveles de las solicitaciones antes de construir las pantallas mientras que con los de la figura (b) se observa la influencia de la longitud de la trinchera en las solicitaciones tras la misma. La malla (a) también se ha empleado para ver el proceso de convergencia de la solución con $\nu = 0.5$.

Desde el punto de vista computacional cabe indicar que se han establecido dos subregiones ficticias, 1 y 2, en el terreno para así poder materializar las condiciones de labios libres a lo largo de la trinchera, sin necesidad de recurrir a un espesor no nulo, lo que complicaría el tamaño de la malla, debido a la necesidad de utilizar elementos de longitud menor al espesor de la trinchera.

Los elementos son constantes y el truncamiento de la malla se ha producido a distancias adecuadas a la banda de frecuencias típica del paso de los ferrocarriles (20 a 100 Hz).

2. EL MEC EN DINÁMICA DE MEDIOS INCOMPRESIBLES

En Elastodinámica, para el dominio de la frecuencia, la solución fundamental de los desplazamientos es de la forma:

$$u_{ik}^* = \frac{1}{\alpha \pi \rho c_s^2} (\psi \delta_{ik} - \chi_{,k} r_{,i})$$

y la de las tensiones en el contorno:

$$p_{ik}^* = \frac{1}{\alpha \pi} \left[\left(\frac{d\psi}{dr} - \frac{\chi}{r} \right) \left(\delta_{ik} \frac{\partial r}{\partial n} + r_{,k} n_i \right) - 2 \frac{\chi}{r} \left(r_{,i} n_k - 2 r_{,k} r_{,i} \frac{\partial r}{\partial n} \right) - 2 \frac{d\chi}{dr} r_{,k} r_{,i} \frac{\partial r}{\partial n} + f_i \right]$$

$$f_i = \left(\frac{c_p^2}{c_s^2} - 2 \right) \left(\frac{d\psi}{dr} - \frac{d\chi}{dr} - \frac{\alpha}{2} \frac{\chi}{r} \right) r_{,i} n_k$$

donde:

el primer subíndice (i) se refiere a la dirección de la carga virtual, y el segundo (k) a la componente del desplazamiento o de la tensión.

para el problema bidimensional (2D): $\alpha=2$, y para el tridimensional (3D): $\alpha=4$

c_s , c_p son las velocidades de propagación de las ondas transversales y longitudinales, respectivamente

r es el módulo del vector posición de un punto genérico del contorno respecto al punto de aplicación de la carga virtual; los subíndices precedidos de coma denotan la derivada espacial en la dirección correspondiente

n es la dirección de la normal exterior en el punto del contorno considerado

las funciones ψ , χ , diferentes según se trate de 2D ó 3D, se expresan más adelante.

Una vez resuelto el problema del contorno, el M.E.C. permite el cálculo de desplazamientos y tensiones en puntos del interior de Ω . Para el cálculo de los desplazamientos basta con aplicar la fórmula de representación situando ξ en el punto de interés. Las tensiones se determinan por diferenciación de los desplazamientos, mediante una expresión de la forma:

$$\sigma_{ij} = - \int_r S_{kij} u_k + \int_r D_{kij} p_k + \int_{\Omega} D_{kij} b_k$$

Las funciones ψ , χ , mencionadas anteriormente dependen como se verá más adelante, de las velocidades de propagación de las ondas transversales y longitudinales: c_s , c_p .

$$c_s^2 = \frac{\mu}{\rho} \quad , \quad c_p^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho}$$

donde: μ , λ , son las constantes de Lamé (características del material). En el caso de material de comportamiento elástico, las constantes citadas son números reales; para comportamiento viscoelástico, trabajando con el M.E.C. en el dominio de la frecuencia, basta sustituir dichos parámetros por las expresiones complejas: $\lambda^* = \lambda (1 + 2i\beta)$, $\mu^* = \mu (1 + 2i\beta)$, donde i es la unidad imaginaria y β el coeficiente de amortiguamiento histerético (independiente de la frecuencia).

La expresión de λ en función de otros parámetros más usuales, como son el módulo de elasticidad E y el coeficiente de Poisson ν :

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$$

denota que, para un material incompresible, es decir, con coeficiente de Poisson = 0.5, λ se hace infinita y con ella el módulo de c_p . Esto causa problemas cuando se trata de aplicar los programas de cálculo habituales, elaborados sin tener en cuenta esta circunstancia. El recurso de hacer $\nu = 0.499 \dots$ no siempre proporciona soluciones correctas, especialmente si se trabaja con simple precisión.

Como solución más inmediata, cabe programar con la variable $1/c_p$ en lugar de con c_p . Así se consigue al menos que el programa no se detenga en sus primeros pasos (por ejemplo, tratando de calcular la propia c_p a partir de otros datos), e incluso se salvan numerosas situaciones posteriores. Pero esto no es todo; tal como se analiza en los apartados siguientes, especialmente en los problemas de 2D, surgen dificultades adicionales.

Para la determinación de la solución fundamental es necesario, tal como se ha expuesto, el cálculo de las funciones ψ , χ así como de sus derivadas primeras; el cálculo de los tensores S_{kij} , D_{kij} exige, además de lo anterior, el cálculo de las derivadas segundas. Las expresiones que al efecto aparecen en la literatura técnica adolecen de los problemas señalados. Por ello, se proponen las siguientes expresiones equivalentes, en las que se señalan entre corchetes

[] diversas indeterminaciones de la forma (cero) x (infinito), cuya solución se expone después.

En lo que sigue:

$$z_g = \frac{i \omega r}{c_g} \quad , \quad z_p = \frac{i \omega r}{c_p}$$

llamando i a la unidad imaginaria y ω a la frecuencia angular.

En las expresiones de las funciones ψ , χ y sus derivadas, las expresiones: K_0 , K_1 y K_2 son las funciones de Bessel modificadas de segunda especie y orden 0, 1 y 2:

$$\psi = K_0(z_g) + \frac{1}{z_g} \left\{ K_1(z_g) - \frac{1}{z_g} [z_p K_1(z_p)] \right\}$$

$$\chi = K_2(z_g) - \frac{1}{z_g^2} [z_p^2 K_2(z_p)]$$

$$\frac{d\psi}{dr} = \frac{1}{r} \left\{ -z_g K_1(z_g) - K_2(z_g) + \frac{1}{z_g^2} [z_p^2 K_2(z_p)] \right\}$$

$$\frac{d\chi}{dr} = \frac{1}{r} \left\{ -z_g K_1(z_g) - 2 K_2(z_g) + \frac{2}{z_g^2} [z_p^2 K_2(z_p)] + \frac{c_g^2}{c_p^2} [z_p K_1(z_p)] \right\}$$

$$\frac{d^2\chi}{dr^2} = \frac{1}{r^2} \left\{ (3 + z_g^2) K_2(z_g) - \frac{3}{z_g^2} [z_p^2 K_2(z_p)] - \frac{c_g^2}{c_p^2} [z_p K_1(z_p)] \right\}$$

$$\frac{d^2\chi}{dr^2} = \frac{1}{r^2} \left\{ (6 + z_g^2) K_2(z_g) + z_g K_1(z_g) - \left(\frac{6}{z_g^2} + \frac{c_g^2}{c_p^2} \right) [z_p^2 K_2(z_p)] - \frac{c_g^2}{c_p^2} [z_p K_1(z_p)] \right\}$$

Las funciones de Bessel: $K_0(z)$, $K_1(z)$ y $K_2(z)$, tienden a infinito para $z \rightarrow 0$. Así el problema se reduce, por el momento, a la solución de dos indeterminaciones de la forma (cero), más una tercera implícita en las anteriores, ya que:

$$K_2(z) = K_0(z) + \frac{2}{z} K_1(z)$$

Considerando los desarrollos en serie de las funciones de Bessel (McLanchlan, 1955), los resultados de los límites correspondientes para $|c_p| \rightarrow \infty$, es decir, $z_p \rightarrow 0$ son:

$$z_p^2 K_0(z_p) = 0, \quad z_p K_1(z_p) = 1, \quad z_p^2(z_p) = 2$$

Surge otra indeterminación más en el último sumando de (3), ya que la expresión:

$$\left(\frac{c_p^2}{c_s^2} - 2 \right) \left(\frac{d\psi}{dr} - \frac{d\chi}{dr} - \frac{\chi}{r} \right)$$

es de la forma: (infinito) x (cero). Por otra parte, resulta de interés realizar algunas simplificaciones con carácter general (no sólo para medio incompresible), tendientes a reducir errores de redondeo. Tras algunas operaciones se llega a:

$$\left(\frac{c_p^2}{c_s^2} - 2 \right) \left(\frac{d\psi}{dr} - \frac{d\chi}{dr} - \frac{\chi}{r} \right) = \frac{1}{r} \left(2 \frac{c_p^2}{c_s^2} - 1 \right) [z_p K_1(z_p)]$$

donde se ha señalado con [] una indeterminación (ya resuelta). Resulta curiosa la enorme simplificación que sufre esta expresión al pasar al caso límite, reduciéndose a: $-1/r$. Dicha expresión aparece nuevamente (requiere diversas operaciones para agrupar términos convenientemente) en el cálculo de los tensores S_{kij} , D_{kij} para la determinación de tensiones en los puntos internos.

En la programación del método, se puede establecer como variables las formas indeterminadas y, mediante sentencias condicionales, se les puede atribuir su valor límite (si $\nu=0.5$) o bien calcular su valor numérico (si $\nu < 0.5$)

En el caso tridimensional las indeterminaciones en las expresiones de ψ , χ y sus derivadas tal como aparecen en las referencias habituales se pueden eliminar mediante simples operaciones aritméticas por lo que no proceden comentarios adicionales.

Si se estima de interés la expresión simplificada del último sumando que con carácter general resulta ser

$$\left(\frac{c_p^2}{c_s^2} - 2 \right) \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{\partial \chi}{\partial r} - \frac{\chi}{r} \right) = \frac{1}{r} \left(2 \frac{c_p^2}{c_s^2} - 1 \right) (1 + z_p) e^{-z_p}$$

y cuyo valor límite para $\nu = 0.5$ es $-1/r$

3. RESULTADOS OBTENIDOS

En primer lugar, y con la malla de la figura 3a, se ha estudiado la evolución de los resultados en desplazamientos para una frecuencia $f = 50$ Hz cuando se va variando el coeficiente de Poisson ν desde 0.3 hasta 0.5. De esta forma se ha podido ver que el algoritmo propuesto por Mateo et al. (3) no presenta problemas de convergencia frente a los problemas que puede presentar la aproximación del coeficiente de Poisson por 0.499 (ver ref. 3). La figura 4 muestra los valores de desplazamiento obtenidos en una zona donde posteriormente se interpondrá una trinchera. Como se puede ver en dicha figura, la solución para distintos valores de ν , no presenta problemas de convergencia hacia el valor 0.5.

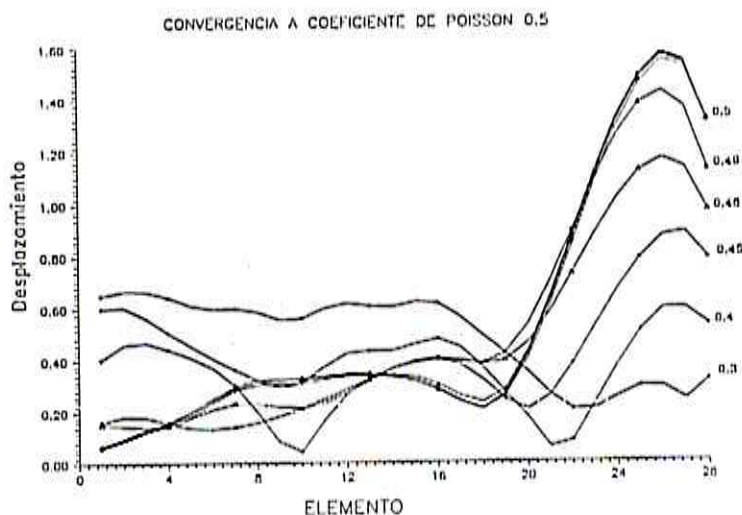


Figura 4

En segundo lugar se ha estudiado la posibilidad de reducción del nivel de vibración on el entorno mediante la interposición de trincheras en un terreno blando arcilloso saturado, es decir $\nu=0.5$. La malla que se ha empleado aparece en la figura 3b. La profundidad de la trinchera es de 4 m. Se ha obtenido la amplitud del desplazamiento vertical del suelo a 1,3,5 y 7 metros de la trinchera, para el rango de frecuencias 0-100 Hz, y se han comparado con los obtenidos cuando no había trinchera. Los resultados obtenidos aparecen en las figuras 5 que nos muestran el cociente desplazamientos con trinchera (CT) / desplazamientos sin trinchera (ST).

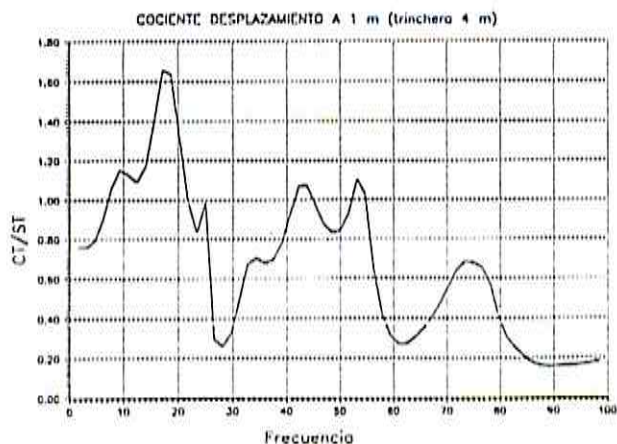


Figura 5.a

Relación de desplazamientos obtenidos con y sin trinchera de 4 m de profundidad a 1 m tras la trinchera

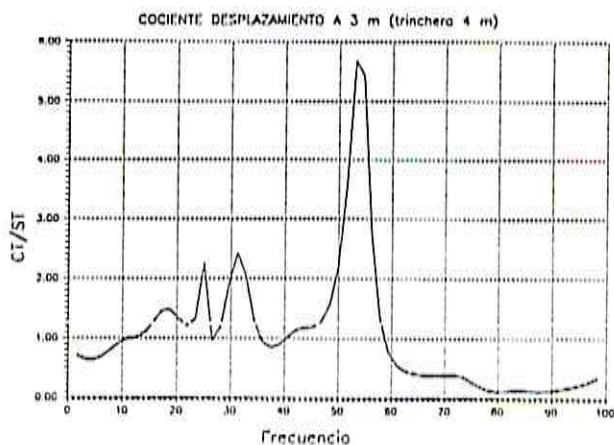


Figura 5.b

Relación de desplazamientos obtenidos con y sin trinchera de 4 m de profundidad a 3 m tras la trinchera

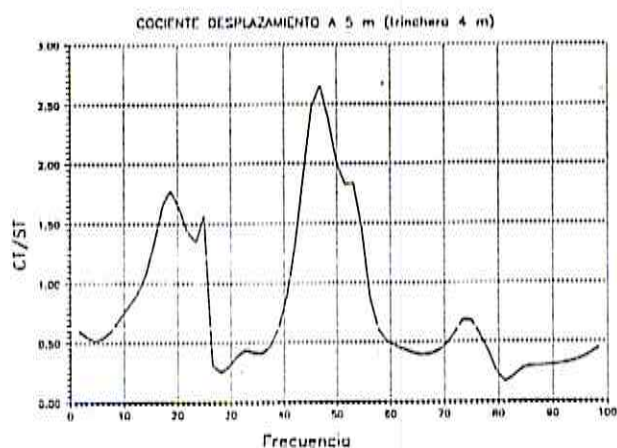


Figura 5.c

Relación de desplazamientos obtenidos con y sin trinchera de 4 m de profundidad a 5 m tras la trinchera

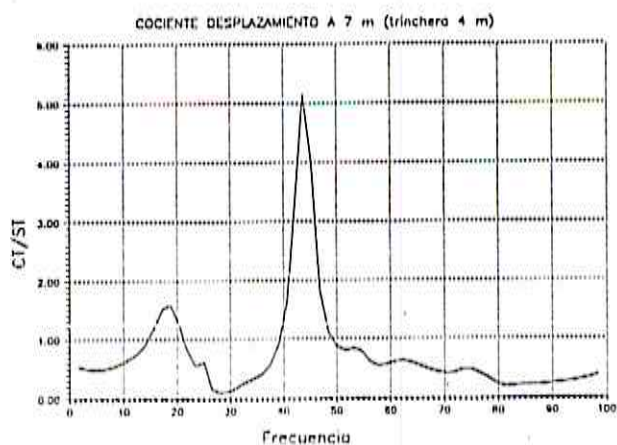


Figura 5.d

Relación de desplazamientos obtenidos con y sin trinchera de 4 m de profundidad a 7 m tras la trinchera

Los resultados ponen de manifiesto que, en general, no se produce atenuación de la vibración y que para determinadas frecuencias (15-25 Hz y 40-60 Hz) aparecen amplificaciones considerables. Una posible justificación es que la profundidad de la trinchera es tal que amplifica las vibraciones relacionadas con su frecuencia propia relacionada, mediante fórmulas bien conocidas con su longitud y las propiedades del terreno.

Para ratificar las causas que produce la amplificación anterior se ha procedido a generar un nuevo modelo. La malla es similar a la de la figura 3b, pero la profundidad de la trinchera es de 9m. Los resultados obtenidos aparecen las figuras 6. Como se puede ver los picos siguen apareciendo aproximadamente a las mismas frecuencias, sin embargo el efecto de sombra es considerablemente mayor.

4. CONCLUSIONES

El uso de los elementos de contorno permite el estudio cómodo de problemas dinámicos de medios continuos con mallas sencillas y condiciones extremas de propiedades de los materiales.

Desde el punto de vista de aplicación ingenieril de la solución propuesta cabe indicar la inutilidad de trincheras que no tengan una profundidad suficiente para amortiguar las frecuencias transmitidas por el tráfico ferroviario. Dimensiones moderadas, del orden de los 5m, producen incrementos en frecuencias comprendidas entre los 30 y 80 Hz que son precisamente las más agresivas para las edificaciones vecinas.

No existe hasta el momento solución analítica sencilla por lo que cada caso particular requiere un extenso estudio

5. REFERENCIAS

1. D.D. Barkan: Dynamics of Bases and Foundations, Mc Graw Hill, N.Y. 1962
2. F.E. Richart; J.R. Hall y R.D. Woods: Vibration of soils and foundations Prentice Hall, 1970
3. J. Mateo; E. Alarcón: Aplicación del Método de los Elementos de Contorno a problemas dinámicos en medios incompresibles. XI Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica, 1995
4. N.W. Mc Lachlan: Bessel functions for engineers. Oxford Clarendon Press 1995

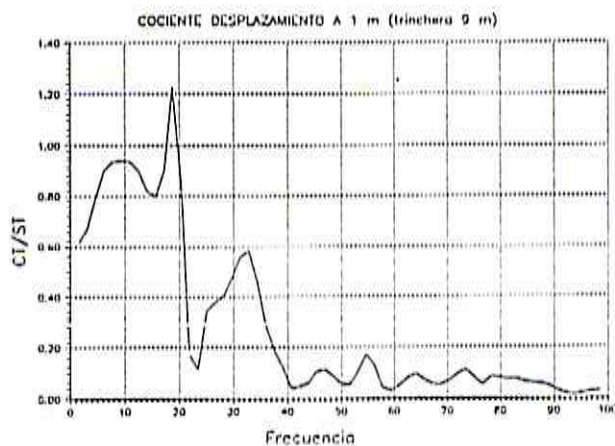


Figura 6.a

Relación de desplazamientos obtenidos con y sin trinchera de 9 m de profundidad a 1 m tras la trinchera

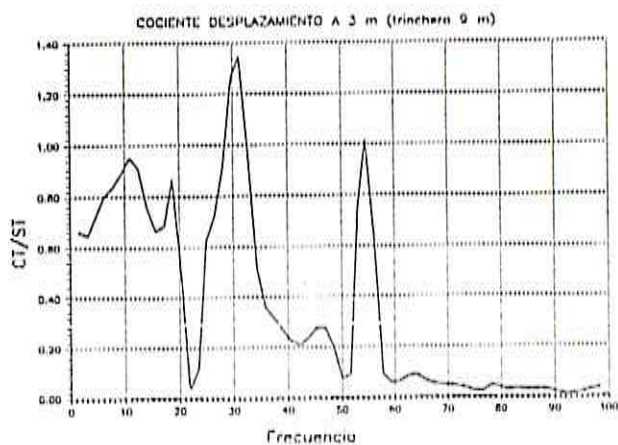


Figura 6.b

Relación de desplazamientos obtenidos con y sin trinchera de 9 m de profundidad a 3 m tras la trinchera

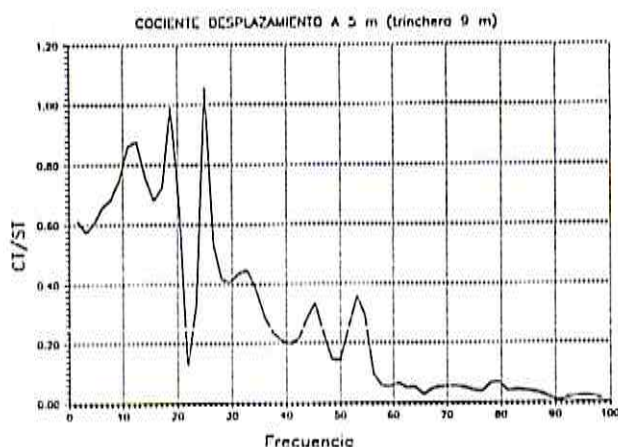


Figura 6.c

Relación de desplazamientos obtenidos con y sin trinchera de 9 m de profundidad a 4 m tras la trinchera

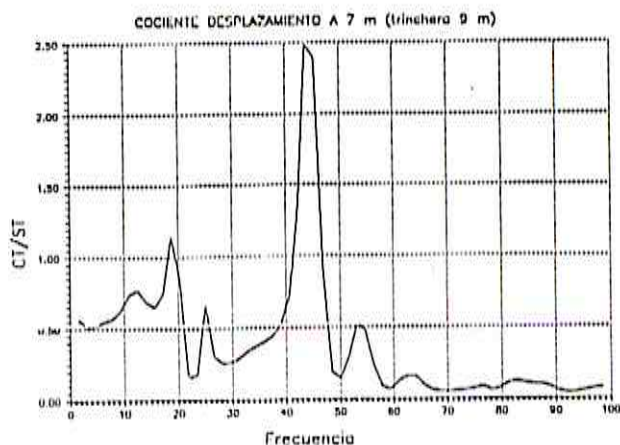


Figura 6.d

Relación de desplazamientos obtenidos con y sin trinchera de 9 m de profundidad a 7 m tras la trinchera